

DOI: 10.12731/2218-7405-2016-2-7

УДК 373.1

ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Гончарова М.А., Решетникова Н.В.

В данной статье уточнено понятие учебно-исследовательской деятельности школьников; выделены исследовательские умения, формируемые в ходе учебно-исследовательской деятельности при обучении математике; раскрыты приемы организации учебно-исследовательской деятельности при обучении математике через использование проблемного обучения, информационно-коммуникационных технологий, математических исследовательских задач.

Ключевые слова: учебно-исследовательская деятельность; исследовательские умения; познавательные универсальные учебные действия; учебная проблема; математические исследовательские задачи.

ORGANIZATION OF EDUCATIONAL RESEARCH ACTIVITIES OF PUPILS IN TEACHING MATHEMATICS

Goncharova M.A., Reshetnikova N.V.

The article: refines the definition of pupils' educational research activities; highlights research abilities, that are formed during educational research activities in teaching mathematics; reveals methods of educational research activities organization in teaching mathematics, using problem solving, information and communicative technologies, mathematical research tasks.

Keywords: educational research activities; research skills; universal cognitive educational activities; training problem; mathematical research problems.

Федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) включают в себя требования к результатам освоения образовательной программы соответствующего уровня об-

щего образования, которые представлены в новом формате: личностные, метапредметные и предметные. При этом в достижении планируемых результатов большая роль отводится учебно-исследовательской деятельности (УИД) учащихся [14]. Формирование у учащихся умений планировать свои действия, самостоятельно выделять главное в изучаемом материале, анализировать информацию, находить наиболее рациональные приемы решения теоретических и практических задач, контролировать и оценивать спланированные действия, вносить коррективы в план действий, в зависимости от возникшей ситуации, критически осмысливать полученные результаты и применять их в дальнейшем, обосновывать их и т.п., в полной мере осуществляется при систематическом вовлечении ребят в исследовательскую деятельность при усвоении предметных знаний (В.А. Далингер). Опираясь на исследования В.А. Далингера [2, 3], можно подчеркнуть, что в ходе осуществления УИД учащиеся овладевают умениями наблюдать, экспериментировать, сопоставлять и обобщать факты, делать выводы, осваивают умения задавать вопросы, выдвигать гипотезы, опровергать или доказывать их.

Исследовательская деятельность (исследование) направлена на поиск нового знания, причем, как отмечает В.А. Далингер, она всегда «осуществляется не по заранее заданному алгоритму» [2].

Исследование в школьном образовании предполагает выполнение учеником одного из видов деятельности: учебно-исследовательская, проектная, научно-исследовательская деятельность (рис. 1).

Отметим, что понятия исследовательской деятельности, учебно-исследовательской деятельности, научно-исследовательской и проектной деятельности в школьной практике педагогами зачастую отождествляются. Среди ученых, занимающихся проблемой организации исследовательской деятельности учащихся, мнение о том, что такое исследовательская и УИД неоднозначно.

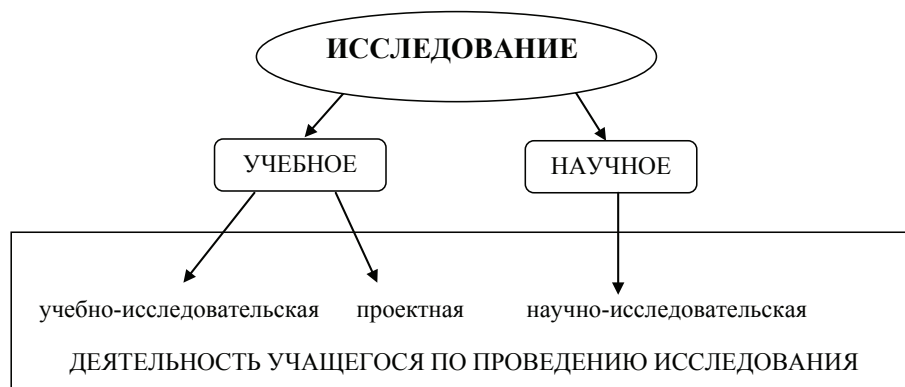


Рис. 1. Виды деятельности школьника по проведению исследований

Проанализировав ряд определений исследовательской деятельности, а также опираясь на работу И.В. Клещевой [6], считаем целесообразным исследовательскую деятельность учащихся называть термином «учебно-исследовательская деятельность учащихся». При этом под *учебно-исследовательской деятельностью* будем понимать специально организованную познавательную творческую деятельность учащихся, в процессе осуществления которой происходит поиск и открытие знаний.

Учебно-исследовательская и проектная деятельности имеет ряд сходств (табл. 1).

Таблица 1

Сходства учебно-исследовательской и проектной деятельности

Основания для сравнения	Проектная деятельность	УИД
Задачи, решаемые учителем и учеником	<ul style="list-style-type: none"> • Повышение мотивации учебной деятельности (УД) • Повышение эффективности УД • Возникновение личной заинтересованности учащихся • Повышение компетентности школьников в предметной области • Освоение учащимися универсальных учебных действий 	
Структура познавательного процесса	<ul style="list-style-type: none"> • Планирование деятельности (исследования) • Выполнение деятельности (исследования) • Презентация продукта (интерпретация результатов исследования) • Оценка результатов (рефлексия) 	
Результат деятельности	<ul style="list-style-type: none"> • Интеллектуальное, личностное развитие школьника • Рост компетентности ученика в выбранной сфере деятельности • Формирование у учащегося умения сотрудничать, работать самостоятельно • Освоение умений осуществления исследовательской и проектной деятельностью 	

Наряду со сходствами учебно-исследовательская и проектная деятельности существенно различаются, и эти различия обуславливают специфику каждого вида деятельности (табл. 2).

Таблица 2

Различия учебно-исследовательской и проектной деятельности

Основания для сравнения	Проектная деятельность	УИД
Задачи, решаемые учителем и учеником	<ul style="list-style-type: none"> • Получение конкретного запланированного результата 	<ul style="list-style-type: none"> • Уяснение сущности явления • Открытие нового знания

Основания для сравнения	Проектная деятельность	УИД
Структура познавательного процесса	<ul style="list-style-type: none">• Определение темы проекта• Поиск и анализ проблемы• Постановка цели проекта	<ul style="list-style-type: none">• Формулирование проблемы• Выдвижение гипотезы• Проверка гипотезы
Результат деятельности	<ul style="list-style-type: none">• Конкретный материальный результат, продукт	<ul style="list-style-type: none">• Новое знание

Принятая нами трактовка УИД, а также выявленные сходства и различия проектной и учебно-исследовательской деятельности дают основание считать *целью* УИД – приобретение учащимся навыка исследования, как универсального способа освоения действительности, развитие способности к исследовательскому типу мышления, активизация личностной позиции учащегося в образовательном процессе на основе приобретения субъективно новых знаний, т.е. самостоятельно получаемых знаний, являющихся новыми и личностно значимыми для конкретного учащегося [4].

Сущность УИД, наиболее точно раскрывается В.А. Далингером через *характерные черты* учебного исследования [2]:

- 1) учебное исследование – это процесс поисковой познавательной деятельности (изучение, выявление, установление чего-либо и т.д.);
- 2) учебное исследование всегда направлено на получение новых знаний, то есть исследование всегда начинается с потребности узнать что-либо новое;
- 3) учебное исследование предполагает самостоятельность учащихся при выполнении задания;
- 4) учебное исследование направлено на реализацию дидактических целей обучения.

Важно отметить, что организация исследовательской деятельности школьников на каждом этапе обучения имеет свою специфику, связанную с выполнением тех или иных функций, которые дифференцируются в зависимости от возраста учащихся [1]:

- в начальной школе – сохранение исследовательского поведения учащихся как средства развития познавательного интереса и становление мотивации к учебной деятельности;
- в основной школе – развитие у учащихся способности занимать исследовательскую позицию, самостоятельно ставить и достигать цели в учебной деятельности на основе применения элементов исследовательской деятельности в рамках предметов учебного плана и системы дополнительного образования;

- в старшей школе – развитие исследовательской компетентности и предпрофессиональных навыков как основы профильного обучения.

Как отмечают методисты В.А. Далингер, И.В. Комарова, А.В. Леонтович, С.С. Пичугин, А.И. Савенков, Н.А. Семёнова и др., умение осуществлять исследовательскую деятельность является сквозным умением, формируемым в школе: исследовательские умения – в начальной школе, исследовательская позиция – в основной школе, исследовательская компетентность – в старшей школе.

В ходе осуществления УИД у учащихся формируются и находят свое дальнейшее развитие следующие исследовательские умения:

- анализировать данную ситуацию;
- видеть проблемы;
- формулировать цели исследования;
- задавать вопросы;
- выдвигать гипотезы, доказывать их или опровергать;
- давать определение понятиям;
- классифицировать;
- проводить наблюдения;
- осуществлять эксперименты;
- делать выводы и умозаключения;
- лаконично выражать свои мысли;
- структурировать материал;
- работать с текстом;
- доказывать и защищать свои идеи [15, 16].

Отметим, что выявляя возможности УИД для формирования универсальных учебных действий, мы пришли к выводу – из всей совокупности универсальных учебных действий (УУД) именно познавательные УУД органично взаимосвязаны с исследовательскими умениями, дополняя и обогащая друг друга. Познавательные УУД, формируемые в ходе УИД, представлены следующей совокупностью:

- осуществлять анализ, синтез, сравнение, обобщение (логические умения);
- определять границы своего знания и незнания, осуществлять рефлекссию деятельности (общеучебные умения);

- выделять и формулировать проблему;
- анализировать объект, выделяя существенные и несущественные признаки;
- выдвигать гипотезы о связях и закономерностях процессов, объектов;
- строить цепочки логических рассуждений;
- выбирать знаково-символические средства для построения модели;
- структурировать знания;
- осуществлять рефлексию способов и условий действия.

Для организации УИД учителю, необходимо, прежде всего, самому ясно и четко представлять ее структуру и с учетом этой структуры управлять УИД. Она включает в себя такие элементы:

- осознание проблемы;
- выдвижение гипотез и их обоснование;
- планирование исследования;
- осуществление исследования;
- получение результатов;
- оценка и интерпретация результатов исследования.

Учитель, как координатор исследовательской деятельности школьников, использует проблемные ситуации в организации учебной деятельности, планирует виды заданий, сочетает индивидуальные и коллективные формы проведения исследований на уроке и вне урока. Условно формы организации УИД можно разделить на 2 группы – урочная УИД и внеурочная УИД.

В рамках урока: проблемный урок, урок-дискуссия, урок-конференция, урок-семинар, урок-лабораторная работа, домашнее задание исследовательского характера и др. На уроках математики учитель может предложить учащимся практические работы с элементами исследования. Например, при изучении тем: «Взаимное расположение графиков линейных функций» (7 класс), «Преобразования графиков функций» (8 класс), «Неравенство треугольника» (7 класс), «Соотношения между сторонами и углами в треугольнике» (7 класс), «Признаки параллельности прямых» (7 класс), «Теорема Виета» (8 класс) и др.

Во внеурочное время: исследовательские практикумы, факультативы и кружки, работа в школьном научно-исследовательском обществе, участие в олимпиадах, конкурсах, турнирах, школьных конференциях.

Внеурочные виды деятельности дают педагогу более широкие возможности для осуществления учебных исследований со школьниками. Они помогают повысить познавательный интерес к предмету, и учащиеся могут выбрать ту сферу математики, которая им наиболее близка. Кроме того, внеурочная деятельность часто помогает нивелировать различия между сильными и отстающими детьми.

Анализ научных работ (В.А. Далингер, Р.Г. Иванова, А.Г. Иодко, А.В. Леонтович и др.), в которых раскрываются особенности организации УИД, позволил нам выделить наиболее распространенные приемы ее реализации в образовательной практике по математике: через использование проблемного обучения, применение информационно-коммуникационных технологий, использование математических исследовательских задач. Кратко раскроем эти приемы.

Использование проблемного обучения

По мнению Л.С. Выготского, П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова, А.Н. Леонтьева, И.Я. Лернера, А.М. Матюшкина, М.И. Махмутова, А.А. Столяра, Д.Б. Эльконина, И.С. Якиманской и др. учебная деятельность, являющаяся основной среди других видов деятельности школьника, должна воспроизводить реальный процесс создания людьми основных понятий, образов, ценностей и норм. Главная проблема состоит в том, чтобы придать учебной деятельности школьников роль основного источника учебной мотивации. Для этого необходимо включение учащихся в поисковую деятельность, которая адекватна процессу познания в той или иной научной области.

Одним из средств организации такой деятельности является разработанная в дидактике теория проблемного обучения. На сегодняшний день технология проблемного обучения достаточно хорошо разработана и представлена в литературе [7, 8, 9, 10, 11, 17], поэтому в статье подробно останавливаться на описании данной технологии не будем, а рассмотрим только некоторые ее особенности, связанные с развитием исследовательских умений школьников.

Под *проблемным обучением* обычно понимается такая организация учебных занятий, которая предполагает создание под руководством учителя проблемных ситуаций и активную самостоятельную деятельность учащихся по их разрешению (Л.В. Брушлинский, М.И. Махмутов, Г.К. Селевко и др.). Проблемное обучение, по мнению М.И. Махмутова, заключается в создании проблемных ситуаций, осознании, принятии и разрешении этих ситуаций в ходе совместной деятельности обучающихся и учителя при оптимальной самостоятельности первых и под общим направляющим руководством последнего. В ходе такой деятельности учащиеся овладевают обобщенными знаниями и общими принципами решения проблемных задач.

Ученик на *проблемном уроке* занимает *активную позицию*: думает, анализирует, рассуждает, аргументирует, опровергает и т.д. В то время как на традиционном уроке ему отведена пассивная роль – слушать учителя, следовать за его мыслью, запоминать данное учителем определение, сформулированное правило. Очевидно, что дети лучше усваивают не то, что получили готовым и заучили наизусть, а то, что открыли сами и выразили по-своему. Поэтому именно на проблемном уроке, в сравнении с традиционным, у ребят формируются более прочные знания и умения. Основной девиз проблемного урока: «*Ничему нельзя научить – можно только научиться*» [11].

От современного учителя требуется не только обучение системе знаний, умений и навыков, но и развитие возможностей, способностей своих учеников, воспитание их личности. Уже доказан тот факт, что на проблемном уроке ученики больше думают, выдвигают гипотезы, доказывают или опровергают их, чаще говорят, следовательно, активнее развиваются мышление и речь, творческие способности. Кроме того, в ходе решения учебных проблем, школьнику приходится проявлять инициативу, отстаивать собственную позицию, прислушиваться к мнению других, строить с ними отношения и т.д.

Важным элементом организации проблемного обучения является *побуждающий диалог*, который реализуется учителем на этапе осознания учащимися противоречия и формулирования учебной проблемы, а также на этапе поиска её решения. *Побуждающий диалог* – это отдельные стимулирующие вопросы и предложения, которые помогают учащимся осознать противоречие и сформулировать учебную проблему, найти её решение. В ходе ведения этого диалога возможны неожиданные для учителя ответы, которые ему надо с аргументацией опровергнуть или, напротив, заметив ростки истины, помочь ребятам развить их. Для развертывания побуждающего диалога, учитель должен формулировать отдельные стимулирующие вопросы и предложения, которые позволяют школьникам выдвигать и проверять гипотезы. Побуждающий диалог имеет вполне определенную «*сужающуюся*» структуру: начинается с общего побуждения, призыва к мыслительной работе; если этого недостаточно, то диалог продолжается подсказкой, т.е. намеком, дополнительной информацией; в случае необходимости диалог заканчивается сообщением нужной мысли самим учителем.

Применение средств ИКТ при изучении математики

УИД школьников на уроках математики имеет специфические черты, обусловленные, прежде всего, особенностями математического содержания и работы с ним. Математические объекты и процессы абстрактны, что является одной из главных причин затруднений многих

учащихся в изучении математики. Психологами (Л. С. Выготский, А.Н. Леонтьев и др.) доказано, что если ученик вовлечен в деятельность по открытию нового для него знания, если он участвует в процессе изменения математических объектов или отношений между ними, может высказать свое мнение, догадку, проверить ее, то освоение математики для него происходит успешнее. А потому учителю необходимо создавать такие учебные ситуации, которые включали бы ребенка в активную деятельность, позволяющую изучать математические объекты и их свойства, выявляя особенности и закономерности, выдвигая гипотезы, аргументируя выводы.

Использование учителем возможностей мультимедийных средств ИКТ (различных программ-тренажеров, *flash*-анимаций, презентаций, виртуальных лабораторий и др.) при обучении математике позволяет создать условия для формирования исследовательских умений школьников – умений видеть проблемы, задавать вопросы, выдвигать гипотезы, давать определения понятиям, проводить наблюдения, осуществлять эксперименты, делать выводы и умозаключения и т.д.

В условиях реализации школьных стандартов второго поколения в обучении математике большую роль играют уроки-практикумы и лабораторные работы. По словам Б.П. Есипова, именно лабораторные работы дают ученикам уникальную возможность осваивать умение планировать свои действия, осуществлять их, выбирая те или иные средства, самим выявлять закономерность, анализировать полученные результаты, сопоставлять их, делать выводы, обосновывать свою позицию, выдвигать и проверять собственную гипотезу. Как отмечали Т.В. Капустина, С.С. Кравцов, Л.Л. Якобсон, эффективной средой для проведения лабораторных работ, являются ИКТ.

В школьной математике, чаще всего для выдвижения гипотезы требуется рассмотреть достаточное количество частных примеров, которые позволят подметить некоторую закономерность. Эта проблема естественным образом решается с помощью виртуальных лабораторий, например программы «Живая геометрия». Изменяя определенные параметры компьютерных моделей математических объектов, обучающиеся имеют возможность рассмотреть любую совокупность математических объектов и отношений между ними и в процессе наблюдения выдвинуть самостоятельно гипотезу. Для примера назовем школьные математические темы, при изучении которых целесообразно использовать Живую геометрию:

- Тема «Четыре замечательные точки в треугольнике» (геометрия, 8 класс). Работая с программой по определенному алгоритму, ученики смогут выдвинуть гипотезу о том, что серединные перпендикуляры, проведенные к сторонам треугольника, пересекаются в одной точке.

- Тема «Преобразование графиков тригонометрических функций» (алгебра, 10 класс). Изменяя данные в формуле, задающей тригонометрическую функцию, учащиеся в виртуальной среде отслеживают, как меняется расположение графика предложенной функции. Это помогает учащимся выдвинуть предположения об изменении графика тригонометрической функции (например, $y = a \sin (bx + c)$) в зависимости от изменения параметров (a , b или c) в формуле общей записи функции.

К средствам ИКТ, позволяющим создать условия для активного включения учащихся в исследовательскую деятельность, относятся электронные пособия по математике, содержащие виртуальные лаборатории (например, «Вероятность и статистика. 5-9 классы» фирмы «ДОС», «Открытая математика. 2.5. Алгебра» фирмы «Физикон», «Математика, 5-11 классы. Практикум» издательства «Дрофа»). Фонды таких пособий содержат интерактивные задания и позволяют ученикам оказывать влияние на изменение условий, на изменение свойств объекта. Интерактивные задания позволяют ученику видеть, как вводимые им данные влияют на ситуацию, к каким изменениям они приводят. При этом используются разные модели: материальные, вербальные, символические, графические. Главная особенность компьютерных моделей состоит в том, что они могут быть динамическими. Работа с ними позволяет ученикам наблюдать процесс изменения, фиксировать соответствующие результаты и на основе этого выдвигать предположения.

Использование математических исследовательских задач

В методике обучения и практике работы в школе *исследовательскими задачами (заданиями)* называются, предъявляемые учащимся задания, содержащие проблему, требующую проведения теоретического анализа, применения одного или нескольких методов научного исследования, с помощью которых учащиеся открывают ранее неизвестное для них знание. Решение таких задач не является очевидным, а потому не может быть получено путем прямого применения известных алгоритмов, схем [5].

Решая исследовательскую математическую задачу, учащийся может познакомиться с новой ситуацией (математическим фактом), описанной в задаче, с применением математической теории к её решению, узнать и освоить новый метод решения или новый теоретический материал, необходимый для решения задачи. Исследовательские математические задачи создают условия для проявления творческой активности учащегося, выражающейся в стремлении познать объективно новые факты через самостоятельное «открытие» знаний.

В ходе решения исследовательских задач наряду с исследовательскими умениями развиваются умения точно использовать символику; доказывать, соблюдая формально-логические схемы рассуждений.

Анализ методической литературы (В.А. Далингер, А.И. Савенков, Л.Д. Скобенко и др.) показывает, что математические задачи исследовательского характера имеют существенные отличия от традиционных задач. В таблице 3 представлены некоторые из них.

Таблица 3

Отличия задач исследовательского характера от традиционных

Признак сравнения	Исследовательские задачи	Традиционные задачи
Приоритетная цель использования	<ul style="list-style-type: none"> • Открытие знания • Развитие ученика 	Формирование умений применять академические знания
Особенность способа решения	Путь (способ) решения неизвестен	Применяется в основном известный алгоритм, схема
Особенности условия задачи	Условие задачи вызывает необходимость в получении такого результата, при котором возникает познавательная потребность в новой информации или способе действий	Условие задачи содержит всю необходимую для решения задачи информацию об исходных данных и о том, что требуется получить в результате
Превалирующие формулировки задач	<ul style="list-style-type: none"> • «Может ли корень уравнения ...?» • «Существуют ли такие значения параметра c, что множеством решений неравенства ... является: а) числовой промежуток ...; б) множество всех чисел?» • «Верно ли, что если ..., то ...?» • «Определить, какое из выражений больше 13^{14} или 14^{13}» • «Существуют ли такие значения b, при которых квадратный трехчлен $2x^2 + bx - 7$ имеет два корня, один из которых является положительным числом, а другой отрицательным?» • «При каком условии ...?» 	<ul style="list-style-type: none"> • «Решить квадратное уравнение...» • «Решить линейное неравенство ...» • «Найти корни квадратного трехчлена» • «Доказать, что выражение ... больше выражения ...» • «Упростить...» • «Найти промежутки монотонности функции ...»
Результат решения задачи	Новое знание, приращение в познавательной сфере ученика, развитие личности ребенка	Конкретный ответ на требование задачи

Главным объективным результатом использования исследовательских задач, отмечает А.И. Савенков, является развитие самого ученика за счет развития его учебной мотивации, приобретения опыта исследовательской деятельности, за счет открытия, осмысления новых знаний, их обобщения [15].

При организации УИД особое внимание в современной методике обучения математике уделяется формированию умений учителя конструировать из традиционных задач исследовательские. Так, например, применение приема введения параметра позволяет обобщать ключевые (традиционные) задачи учебной программы по математике и создавать на их основе учебные задачи, как по алгебре, так и по геометрии (см. [12]).

В рамках нашей статьи мы остановимся, прежде всего, на использовании учителем математических заданий, с помощью которых организуется учебно-исследовательская деятельность школьников, развиваются исследовательские умения школьников.

Л.Д. Скобенко отмечает, что в традиционных учебниках математики встречается недостаточно упражнений исследовательского характера. Кроме того, в практике школьного обучения математике потенциал исследовательских задач, имеющихся в учебниках, используется не в полной мере [16].

Исследовательские задания должны представлять собой поисковые задачи, требующие прохождения большинства этапов процесса исследования. Поэтому важно при отборе и составлении учителем исследовательских задач принимать во внимание следующие требования к ним:

- возможность реализации большинства этапов процесса исследования, в связи с чем, постановка вопроса в задаче должна предполагать проведение исследования;
- условие задачи, должно предусматривать использование различных способов и методов решения;
- применение в процессе решения всех возможных обобщений;
- направленность решения на нахождение определенных зависимостей между величинами, вывод формул, которые можно использовать в дальнейшем;
- отсутствие в условии задачи прямых указаний на использование известных фактов;
- существование возможности нахождения рационального способа решения задачи;
- обеспечение формирования способностей (компонентов) творческого мышления, развития УУД учащегося.

Опираясь на результаты анализа В.А. Далингером процесса усвоения математических знаний [2, 3], можно выделить разные по требованию и подходам к решению исследовательские математические задачи [13].

Это задачи, в которых нужно:

- 1) выявить существенные свойства понятий и отношений между ними;
- 2) установить связи данного понятия с другими понятиями;
- 3) построить геометрическую фигуру, геометрические места точек;
- 4) ознакомиться с фактом, отраженным в формулировке теоремы, в доказательстве теоремы;
- 5) обобщить факт, процесс;
- 6) составить обратную задачу, в том числе обратную теорему и проверить ее истинность;
- 7) выделить частные случаи известных математических фактов;
- 8) классифицировать математические объекты и отношения между ними;
- 9) решить задачу различными способами;
- 10) построить контрпримеры;
- 11) составить новые задачи, вытекающие из решения данных.

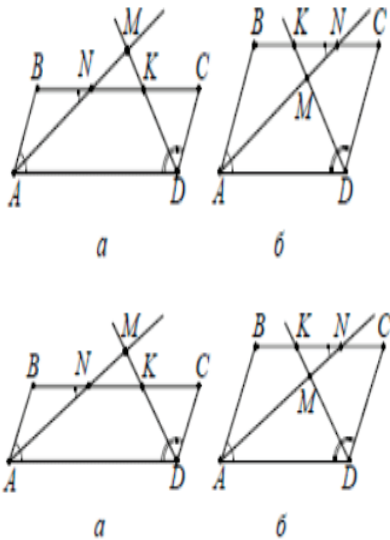
Приведем примеры математических исследовательских задач.

Пример 1. Дан параллелограмм ABCD. Биссектрисы его углов A и D делят сторону BC на три равные части. Вычислите стороны параллелограмма, если его периметр равен 40 (задача взята из ЕГЭ 2012).

В таблице 4 представлены основные этапы решения задачи с конкретизацией на каждом из них формируемых исследовательских умений и познавательных УУД.

Таблица 4

Решение геометрической исследовательской задачи

Основные этапы решения задачи	Анализ задачной ситуации на каждом этапе решения	Формируемые исследовательские умения (И), познавательные УУД (П)
Анализ условия задачи	<p>Ученики с помощью вопросов: Что в задаче требуется найти? Что в задаче известно? разбивают текст задачи на условие и требование; условие – на элементарные предложения; определяют роль и значимость каждого из условий. Вывод: в условии задачи неоднозначно описано взаимное расположение точки пересечения биссектрис углов A и D относительно CD, вследствие чего необходимо рассмотрение двух вариантов решения.</p>	<p>И – анализируют задачную ситуацию; видят проблему; задают вопросы; выдвигают гипотезы П – анализируют объект, выделяя существенные и несущественные признаки; определяют границы своего знания и незнания, осуществляют рефлексию деятельности; строят цепочки логических рассуждений; выделяют и формулируют проблему</p>
Перевод текста задачи на язык математики с помощью вербальных и невербальных средств	<p>Изображаются рисунки: в зависимости от расположения точки M относительно прямой (отрезка) CD возможны два варианта для чертежа – рисунки а) и б).</p> <div style="text-align: center;">  <p style="text-align: center;">а б</p> <p style="text-align: center;">а б</p> </div> <p>Где M – точка пересечения биссектрис; N, K – точки пересечения биссектрис AM и DM со стороной BC.</p>	<p>И – лаконично выражают свои мысли П – строят цепочки логических рассуждений; выбирают знаково-символические средства для построения модели</p>

Основные этапы решения задачи	Анализ задачной ситуации на каждом этапе решения	Формируемые исследовательские умения (И), познавательные УУД (П)
Составление плана решения	Учащиеся определяют, что им необходимо решить фактически две задачи и для нахождения ответа на вопросы задач можно опираться на уже известные им математические факты и способы решения (алгебраический способ – введение переменной). План 1. Решить задачу, которой соответствует чертеж рис. а (ввести переменную, составить уравнение, найти корень уравнения). 2. Решить задачу, которой соответствует чертеж рис. б (аналогично). 3. Сделать вывод.	И – анализируют ситуации; защищают свои идеи; лаконично выражают свои мысли П – строят цепочки логических рассуждений; осуществляют выбор способа решения задачи в зависимости от конкретных условий
Осуществление плана решения задачи	Введение для каждого из двух случаев переменной, составление уравнений (для а: $2(x + 3x) = 40$, для б: $2(2x + 3x) = 40$) и их решение). Получение результатов для каждого случая.	И – лаконично выражают свои мысли; доказывают, соблюдая формально-логические схемы рассуждений; точно используют символику; делают выводы и умозаключения П – строят цепочки логических рассуждений; выбирают знаково-символические средства для построения модели; преобразовывают модель
Выбор и запись ответа	Ученики записывают ответ задачи: 5; 15 или 8; 12.	И – делают выводы и умозаключения П – строят цепочки логических рассуждений; структурируют знания; осуществляют рефлексию способов и условий действия

Пример 2. При каких значениях a уравнение $9^x + (a + 4)3^x + 4a = 0$ имеет хотя бы один корень?

В таблице 5 представлено решение задачи и конкретизированы формируемые у учащихся на каждом этапе решения исследовательские умения и познавательные УУД.

Таблица 5

Решение исследовательской задачи по алгебре

Основные этапы решения задачи	Решение	Формируемые исследовательские умения (И), познавательные УУД (П)
Анализ условия задачи	Учащиеся, анализируя условие с помощью вопросов: Что в задаче требуется найти? Что в задаче известно? приходят к выводу, что необходимо решить уравнение с параметром, введя новую переменную	И – анализируют данную ситуацию; видят проблему; задают вопросы П – анализируют объект, выделяя существенные признаки; определяют границы своего знания и незнания; осуществляют рефлекссию деятельности; строят цепочки логических рассуждений; выделяют и формулируют проблему
Перевод текста задачи на язык математики с помощью вербальных и невербальных средств	Учащиеся вводят новую переменную $3^x = t, t > 0$, тогда уравнение принимает вид квадратного относительно новой переменной: $t^2 + (a + 4)t + 4a = 0$. После введения новой переменной учащиеся с помощью учителя переформулируют задачу: при каких значениях a квадратное уравнение $t^2 + (a + 4)t + 4a = 0$ имеет хотя бы один положительный корень?	И – анализируют возникшую ситуацию П – определяют границы своего знания и незнания; строят логические рассуждения, включая установление причинно-следственных связей; преобразуют модель для решения задачи
Составление плана решения	Учащиеся определяют, что для решения «новой» задачи, необходимо наличие хотя бы одного корня квадратное уравнение $t^2 + (a + 4)t + 4a = 0$. Для этого требуется $D \geq 0$: $D = (a + 4)^2 - 4 \cdot 4a = (a - 4)^2 \geq 0$ при любых a . Исходя из условия задачи, для корней уравнения возможно рассмотрение трех случаев: 1) корни равные и положительные; 2) корни неравные и положительные; 3) корни неравные, один из которых положительный.	И – выделяют и формулируют проблему; делают выводы и умозаключения; лаконично выражают свои мысли; защищают свои идеи П – анализируют объект, выделяя существенные и несущественные признаки; строят цепочки логических рассуждений

Основные этапы решения задачи	Решение	Формируемые исследовательские умения (И), познавательные УУД (П)
	<p>Таким образом, школьники составляют план:</p> <p>1) найду значения параметра для случая, когда корни «нового» квадратного уравнения равны и положительны;</p> <p>2) найду значения параметра для случая, когда корни «нового» квадратного уравнения неравны и положительны;</p> <p>3) найду значения параметра для случая, когда корни «нового» квадратного уравнения неравны и один из них – положительный.</p> <p>4) сделаю вывод.</p>	
<p>Осуществление плана решения задачи</p>	<p>При рассмотрении каждого случая составляется система уравнений и неравенств.</p> $\begin{cases} D = 0, \\ t > 0 \end{cases}$ <p>Случай 1: равные и положительные корни.</p> $\begin{cases} a = 4, \\ \frac{-a-4}{2} > 0 \end{cases}$ <p>нет решений.</p> <p>Случай 2: неравные и положительные корни (по теореме Виета).</p> $\begin{cases} D > 0, \\ 4a > 0, \\ -a-4 > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a \neq 4, \\ a > 0, \\ a < -4 \end{cases}$ <p>нет решений.</p> $\begin{cases} D > 0, \\ 4a < 0 \end{cases}$	<p>И – точно используют символику; делают выводы и умозаключения</p> <p>П – выбирают знаково-символические средства для построения модели; преобразовывают модель для решения задачи; структурируют знания; осуществляют рефлекссию способов и условий действия</p>

Основные этапы решения задачи	Решение	Формируемые исследовательские умения (И), познавательные УУД (П)
Осуществление плана решения задачи	<p>Случай 3: неравные корни, один из которых положительный (по теореме Виета).</p> $\begin{cases} a \neq 4, \\ a < 0 \end{cases}$ <p>$a < 0$.</p>	<p>И – точно используют символику; делают выводы и умозаключения П – выбирают знаково-символические средства для построения модели; преобразовывают модель для решения задачи; структурируют знания; осуществляют рефлексию способов и условий действия</p>
Выбор и запись ответа	<p>Учащиеся по результатам рассмотрения 3-х случаев в решении формулируют ответ. Ответ: $a < 0$.</p>	<p>И – делают выводы и умозаключения П – строят цепочки логических рассуждений; структурируют знания; осуществляют рефлексию способов и условий действия</p>

В заключении отметим, что учебный предмет «Математика» содержит большие возможности для формирования и развития у обучающихся исследовательских умений, наличие которых является планируемым результатом освоения основной образовательной программы общего образования. Эти возможности содержатся в использовании проблемного обучения, ИКТ, а также математических исследовательских задач.

Список литературы

1. Букреева И.А. УИД школьников как один из методов формирования ключевых компетенций / И.А. Букреева, Н.А. Евченко // Молодой ученый. 2012. №8. С. 309-312.
2. Далингер, В.А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений: книга для учителя / В.А. Далингер. М.: Просвещение, 2006. 256 с.
3. Далингер, В.А. УИД учащихся в процессе изучения математики / В.А. Далингер // Вестник ОмГПУ, 2007. www.omsk.edu
4. Исследовательская деятельность учащихся. URL: http://www.school26-miass.narod.ru/issledov_noy.html.

5. Кисметова У.С. Организация исследовательской работы на уроках математики. Опубликовано 06.01.2012. URL: <http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2012/01/06/organizatsiya-issledovatel'skoj-raboty-na-urokakh-matematiki>. (дата обращения: 27.06.2014).
6. Клещёва И.В. Организация учебно-исследовательской деятельности учащихся при изучении математики. Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / И.В. Клещёва. Санкт-Петербург, 2003. 176 с.
7. Кудрявцев В.Т. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы / В.Т. Кудрявцев. М.: Знание, 1991. 80 с.
8. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А.М. Матюшкин. М., 1972.
9. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в школе / М.И. Махмутов. М., 1983.
10. Махмутов М.И. Теория проблемного обучения / М.И. Махмутов, И.Я. Лернер, М.Н. Скаткин, А.М. Матюшкин. М., 1983.
11. Мельникова Е.Л. Проблемный урок, или Как открывать знания с учениками / Е.Л. Мельникова. М.: АПК и ППРО, 2002. 168 с.
12. Меньшикова Н.А. Основы методики работы с учебно-исследовательскими математическими задачами / Н.А. Меньшикова // Ярославский педагогический вестник. 2002. № 3 (32).
13. Петухова О.А. Квадратные уравнения с параметрами и методы их решения / О.А. Петухова. URL: http://ruza-gimnazia.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=339:2012-12-19-15-52-20&catid=45:matem&Itemid=66/ (дата обращения: 16.07.2015).
14. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрено Федеральным учебно-методическим объединением по общему образованию (протокол заседания от 8 апреля 2015 г. № 1/15).
15. Савенков А.И. Методика исследовательского обучения младших школьников / А.И. Савенков. М.: Изд. дом «Федоров». 2006. 540 с.
16. Скобенко Л.Д. Организация учебной исследовательской деятельности младших школьников при изучении математики / Л.Д. Скобенко // Молодой ученый. 2014. №4. С. 1102-1105. URL: <http://www.moluch.ru/archive/63/9723/>
17. Шимпф Т.Г. Технология проблемно-диалогического обучения на уроке математики / Т.Г. Шимпф // Учительский журнал. 2011. № 4. С. 54-58.

References

1. Bukreeva I.A., Evchenko N.A. *Molodoj uchenyj*, no. 8 (2012): 309-312.
2. Dalinger V.A. *Metodika obuchenija uchashhihsja dokazatel'stvu matematicheskikh predlozhenij* [Methods of teaching students mathematical proof of the proposals: a book for teachers]. M.: Prosveshhenie, 2006. 256 p.
3. Dalinger V.A. *Vestnik OmGPU*, 2007. www.omsk.edu.
4. *Issledovatel'skaja dejatel'nost' uchashhihsja* [Research activities of students]. http://www.school26-miass.narod.ru/issledov_noy.html.
5. Kismetova U.S. *Organizacija issledovatel'skoj raboty na urokah matematiki* [Organization of research work on the mathematics lessons]. <http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2012/01/06/organizatsiya-issledovatel'skoj-raboty-na-urokakh-matematiki>. (accessed 27.06.2014).
6. Kleshhjoва I.V. *Organizacija uchebno-issledovatel'skoj dejatel'nosti uchashhihsja pri izuchenii matematiki* [Organization of teaching and research activities of students in the study of mathematics]. Sankt-Peterburg, 2003. 176 p.
7. Kudrjavcev V.T. *Problemnoe obuchenie: istoki, sushhnost', perspektivy* [Problem learning: the origins, nature and prospects]. M.: Znanie, 1991. 80 p.
8. Matjushkin A.M. *Problemnye situacii v myshlenii i obuchenii* [Problem situations in thinking and learning]. M., 1972.
9. Mahmutov M.I. *Organizacija problemnogo obuchenija v shkole* [Organization problem-based learning in school]. M., 1983.
10. Mahmutov M.I., Lerner I.Ja., Skatkin M.N., Matjushkin A.M. *Teorija problemnogo obuchenija* [The theory of problem teaching]. M., 1983.
11. Mel'nikova E.L. *Problemnyj urok, ili Kak otkryvat' znaniya s uchениkami* [Problem lesson or how to open knowledge with students]. M.: APKiPPRO, 2002. 168 p.
12. Men'shikova N.A. *Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik*, no. 3 (2002): 32.
13. Petuhova O.A. *Kvadratnye uravnenija s parametrami i metody ih reshenija* [Quadratic equations with parameters and methods of their solution]. http://ruza-gimnazia.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=339:2012-12-19-15-52-20&catid=45:matem&Itemid=66/ (accessed 16.07.2015).
14. Primernaja osnovnaja obrazovatel'naja programma osnovnogo obshhego obrazovanija. Odobreno Federal'nym uchebno-metodicheskim obedinieniem po obshhemu obrazovaniju (protokol zasedanija ot 08.04.2015, no. 1/15) [Exemplary basic educational program of basic education. Approved

by the Federal educational-methodical association for general education (minutes of the meeting of April 8, 2015 № 1/15)].

15. Savenkov A.I. *Metodika issledovatel'skogo obuchenija mladshih shkol'nikov* [Technique of training of younger schoolboys Research]. M.: Izd. dom «Fedorov». 2006. 540 p.
16. Skobenko L.D. *Molodoj uchenyj*, no. 4. (2014): 1102-1105.
17. Shimpf T.G. *Uchitel'skij zhurnal*, no. 4. (2011): 54-58.

ДАННЫЕ ОБ АВТОРАХ

Гончарова Маргарита Алексеевна, зав. кафедрой математического образования, информатики и ИКТ, кандидат педагогических наук, доцент

*Алтайский краевой институт повышения квалификации работников образования
проспект Социалистический, 60, г. Барнаул, Алтайский край, 656049, Russian Federation
magros261513@yandex.ru*

Решетникова Наталья Валерьевна, доцент кафедры математического образования, информатики и ИКТ, кандидат педагогических наук

*Алтайский краевой институт повышения квалификации работников образования
проспект Социалистический, 60, г. Барнаул, Алтайский край, 656049, Russian Federation
titanius000@gmail.com*

DATA ABOUT THE AUTHORS

Goncharova Margarita Alekseevna, Head of the Department of Mathematics Education, Science and ICT, PhD, Associate Professor

*Altai Regional Institute of Teacher Training
60, Socialist prospect, Barnaul, Altai region, 656049, Russian Federation
magros261513@yandex.ru*

Reshetnikova Natalja Valerevna, assistant professor of mathematics education, science and ICT, Ph.D.

*Altai Regional Institute of Teacher Training
60, Socialist prospect, Barnaul, Altai region, 656049, Russian Federation
titanius000@gmail.com*