

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ

PHYSICAL-CHEMICAL BIOLOGY

DOI: 10.12731/wsd-2017-4-96-105

УДК 577. 35:51.76

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ И ДИНАМИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЙРОННЫХ АНСАМБЛЕЙ МОЗГА КАК ПЕРКОЛИРУЮЩИХ ФРАКТАЛЬНЫХ МНОЖЕСТВ

Молчатский С.Л.

В представленной работе определены численные значения фрактальных размерностей реальных нейронных ансамблей мозга как перколирующих кластеров. Для указанных объектов в основной части работы определена фрактальная размерность: на пороге протекания d_f для геодезических линий на фрактале d_b и для траекторий частиц в области турбулентности d_w . Рассчитан индекс связности нейронных ансамблей мозга животных и человека. Как и предполагалось для объектов, обладающих хаусдорфовой размерностью $d_f > 1$, он имеет отрицательное значение $\theta < 0$. Полученные результаты позволяют причислить рассматриваемые нейронные ансамбли к особому классу фрактальных объектов, называемых асимптотически линейно связными.

Ключевые слова: *фрактал; фрактальная размерность; фрактальный анализ; гипоталамус; нейронные кластеры; самоорганизация нейронных структур.*

THE TOPOLOGICAL AND DYNAMIC CHARACTERISTICS OF NEURONIC ENSEMBLES IN THE BRAIN AS PERCOLATING FRACTAL SETS

Molchatsky S.L.

The objective of the research was to determine of neuronics ensembles in the brain. The research was based that neuronics ensembles of a brain are consid-

ered as the percolating clusters. In the basic part of the study the main concern was determination of the following parameters: fractal dimension on a passing threshold d_f ; for geodetic lines on a fractal d_0 and for trajectories of particles in a turbulence field d_w . In the same part of a research the index of a compendancy (θ) of neuronic ensembles of animals and the human brain is defined. As well as it was supposed has a negative value $\theta < 0$. It is correct for the objects having Hausdorff dimension higher than one $d_f > 1$. Numerical calculations with use of results of computer analysis frontal section images of a hypothalamus of a brain of animals and human are shown, that the considered objects can be ranked to the special class of fractal objects. Such class of objects is called asymptotically arcwise connected.

Keywords: fractal; fractal dimension; fractal analysis; the hypothalamus; neuron clusters; self-organizing neural structures.

Введение

Нейронные ансамбли мозга являются результатом агрегации нейронов в раннем эмбриогенезе. На их уровне протекают все основные функции мозга. Они способны проявлять пространственно-временную фрактальность [1] и перколяционные свойства на пороге протекания [2, 3]. Максимальная связанная компонента в ансамбле нейронов называется перколяционным кластером – это хаотичный фрактал – система с дробной размерностью. Одной из основных количественных его характеристик является фрактальная размерность df , которая служит мерой заполнения пространства исследуемой структурой, неким индексом ее пространственной сложности. Фрактальная размерность выражается дробным числом. Понятие дробной (фрактальной) размерности было впервые сформулировано в работах Хаусдорфа (в начале прошлого века), которое сейчас часто называют его именем.

Конкретные данные о фрактальных свойствах, топологических и динамических характеристиках нейронных ансамблей как реальных перколирующих фрактальных множеств минимальны, в то время как от них в значительной степени зависят проявления активности на пороге протекания [3]. Имеющиеся сведения о них получены аналитически, путем математического моделирования нейронной сети и преимущественно на нейронных культурах.

Цель работы

Исследовать фрактальные свойства, топологические и динамические характеристики естественных нейронных ансамблей как перколирующих

фрактальных множеств конкретных ядер (ядро – скопление нейронов) гипоталамуса (ГТ) – одного из отделов головного мозга млекопитающих животных и человека.

В соответствии с целью исследования решались следующие задачи: провести анализ численных значений фрактальной размерности нейронных комплексов мозга исследованных животных (кошка, корова) и человека, соотнести их с теоретически и экспериментально предсказанными результатами [4–8], на основе их сравнительного анализа сделать заключение о возможности причисления нейронных комплексов к перколирующим фрактальным множествам. Определить внутренние топологические свойства нейронных комплексов, непосредственно не связанные с вложением $F \subseteq E^n$ [9, 10], в этих целях рассчитать параметр d_0 , имеющий смысл хаусдорфовой размерности геодезических линий на F , вычислить значение индекса связности θ фрактального множества F , являющегося одной из геометрических характеристик фрактала. Для более полной характеристики нейронных комплексов как фракталов исследовать и спектральную фрактальную размерность d_s как “смешанную” характеристику фрактала, учитывающую как свойства вложения $F \subseteq E^n$, так и внутреннее устройство фрактального множества [10]. И, наконец, определить фрактальную размерность динамических траекторий частиц d_w в области турбулентности (турбулентность – это физическое явление, при котором в потоке жидкости, газа и других сред самопроизвольно возникают фрактальные волны), выразив этот параметр через индекс связности θ фрактального множества [9, 10].

Материалы и методы исследования

В представленной работе проведен компьютерный фрактальный анализ микрофотографий фронтальных срезов 12 ядер ГТ мозга кошки, 5 ядер ГТ коровы и 2 ядер ГТ человека (одного из них (вентромедиального (ВМЯ)) в динамике на 10 этапах онтогенеза человека (онтогенез – индивидуальное развитие организма от момента оплодотворения яйцеклетки до его смерти), Микрофотографии использованы из работ [11–13] соответственно. У каждого ядра исследовано по 3–5 срезов, на каждом из них 3–5 областей. Анализ полученных результатов и их обсуждение с позиций нейробиологии ранее проведены в [14, 15], там же подробно описана методика исследования. В процессе компьютерного анализа микрофотографий использована программа, многократно апробированная при исследовании автором тонких полимерных пленок [16], основан-

ная на клеточном методе исследования. В настоящей работе представлены результаты компьютерного анализа микроскопической структуры нейронных комплексов и их обсуждение с позиций дробной динамики и фрактальной топологии, отражающих парадигмы современной теории турбулентности и хаоса.

Результаты исследования и их обсуждение

В результате проведенных исследований установлено, что реальные нейронные ансамбли представляют собой монофракталы, средние значения фрактальной размерности d_f которых у животных (кошки и коровы) составляют $d_f = 1.907 \pm 0.003$ и $d_f = 1.891 \pm 0.002$ соответственно и $d_f = 1.878 \pm 0.001$ взрослого человека. У эмбриона человека на стадии начального формирования структур ГТ средние величины d_f находятся в пределах от $d_f = 1.810 \pm 0.006$ до $d_f = 1.859 \pm 0.001$, т.е. меньше, чем у взрослого. Показано, что в процессе индивидуального развития [15] обнаруживается трендостойчивая тенденция повышения d_f нейронных ансамблей до значений взрослого человека (показатель Херста $H = 0,60$) [17]. Полученные значения d_f нейронных комплексов коровы находятся в хорошем количественном согласии с результатами численных экспериментов на квадратной решетке для перколирующих кластеров, которые составляют $d_f \approx 1.89 \pm 0,03$ [4] у кошек на 0,79% превышают, а у взрослого человека на 0,74% ниже их. Точные значения $d_f = 91/48$, т.е. $d_f = 1.892$ получены в [5], характерные для задач с протеканием от узла к узлу на всех двумерных решетках. Кривая Мандельброта – Гивена имеет фрактальную размерность $d_f = 1,892$ [6] и как считают, может служить хорошей моделью для перколирующего кластера. Хорошее согласие наблюдается и с показателями d_f , вычисленными через термодинамические критические параметры для перколирующих кластеров по формуле: $d_f = d - \beta/\nu$ [7] ($d_f = 1.896$, разница составляет $\approx 0,5\%$). Фрактальная размерность нейронных кластеров близка по значению с размерностью “канторова сыра”, называемого еще “ковром Серпинского” ($D = 1,89$) [8], обладающего уникальным свойством – определяет хаусдорфову фрактальную размерность максимального фрактального множества, которое можно обойти без самопересечений.

Однако Хаусдорфова фрактальная размерность не учитывает внутренние топологические свойства фрактального множества, непосредственно не связанные с вложением $F \subseteq E^n$ и не является топологическим инвариантом [9, 10]. На основе важнейших определений и теорем, ха-

рактизирующих топологические и динамические свойства фрактальных структур, странных процессов переноса на перколирующих фрактальных множествах расчетным путем нами вычислены значения фрактальной размерности геодезических линий d_0 для нейронных комплексов, по которым проводится возбуждение, в численном выражении составляющих $d_0 = 1,470$ (для линейно связанных множеств $d_0 \geq 1$) [18]. Согласно произведенным расчетам и теореме об универсальном значении спектральная фрактальная размерность d_s фрактального множества F , представляющая отношение хаусдорфовой размерности $d_f = d_f[F]$ к минимальной хаусдорфовой размерности d_0 путей, соединяющих образы двух точек F , находящихся в общем положении [19], при всевозможных гомеоморфизмах $f: F \rightarrow F$, переводящих фрактал F во фрактал F' [10], на пороге протекания $d_s = C \approx 1,327\dots$ для всех $2 \leq n \leq 5$ [20]. Параметр $C \approx 1,327\dots$, как фундаментальная топологическая константа, отражает универсальные (не зависящие от физической природы системы) структурные свойства перколирующих фрактальных множеств.

Фрактальные свойства обнаруживаются и в кинетике турбулентного ансамбля [21]. В игру вступают “странные” динамические процессы, не имеющие аналогов в квазилинейной теории: ускорения во фрактальном времени, негауссовы явления переноса и др. Странным динамическим процессам отвечают обобщенные кинетические уравнения, содержащие производные дробного порядка (как по времени, так и по фазовым переменным). Как правило, порядок дифференцирования зависит от индекса связности фрактального поля. Путем согласования в виде алгебраических соотношений между Хаусдорфовой фрактальной размерностью и индексом связности фрактальной структуры и комбинации этого согласования с известным значением спектральной фрактальной размерности $C \approx 1,327$ турбулентного ансамбля вблизи порога протекания, можно получить все необходимые параметры, включая обобщенные индексы дифференцирования в окончательном численном виде в том числе показатель фрактальной размерности динамических траекторий частиц d_w в области турбулентности [22]. Поскольку динамические траектории линейно связаны, d_w не может быть < 1 , что подтверждено нашими расчетами – показатель фрактальной размерности траекторий частиц (волн возбуждения или нервных импульсов) в области турбулентности $d_w = 1,508$. Зная численное значение d_w , из уравнения $d_w = 2 + \theta$ находим величину индекса связности $\theta = -0,492; -0,481; -0,479$ и $-0,430$ соответственно для нейронных кластеров мозга кошки, коровы, взрослого человека и эмбриона человека.

Индекс связности нейронных кластеров с отрицательным знаком $\theta \leq 0$ и с хаусдорфовой размерностью $d_f \geq 1$, свидетельствует об их принадлежности к особому классу фрактальных объектов [10], названных асимптотически линейно связными. Асимптотически линейно связные фракталы сочетают в себе свойства связности и несвязности, их можно представить как несвязный набор линейно связных подмножеств. Линейная связность (несвязность) множества является топологическим инвариантом [18], что согласуется и с инвариантностью $\text{sign } \theta$. Поскольку хаусдорфова размерность каждого из таких подмножеств не может быть < 1 , частицы могут свободно мигрировать вдоль F , оставаясь в пределах “своей” компоненты связности (связная компонента – это перколяционный кластер).

Заключение

В работе впервые установлено, что естественные нейронные комплексы ядер ГТ мозга животных и человека имеют монофрактальную структуру с фрактальной размерностью d_f , соответствующей по величине максимальной теоретически и модельно предсказанной для перколяционных кластеров – это наибольшие перколяционные кластеры на пороге протекания. Величина фрактальной размерности геодезических линий на F , характеризующих внутренние топологические свойства фрактального множества, свидетельствует о принадлежности нейронных кластеров к линейно связным фракталам. Индекс связности θ нейронных ансамблей мозга, являющийся топологическим инвариантом фрактального множества, имеет отрицательный знак $\theta < 0$ при хаусдорфовой размерности $d_f \geq \theta$, поэтому нейронные кластеры мозга животных и человека могут быть отнесены к особому классу фрактальных объектов – асимптотически линейно связных множеств [10]. Соответствие спектральной размерности d_s нейронных кластеров мозга вблизи порога протекания постоянной протекания $C \approx 1,327$ свидетельствует об их универсальной геометрической структуре, определяемой исключительно законами критичности. Это трактуется как универсальность фрактальной геометрии перколирующих систем на пороге протекания. Полученные результаты фрактальной размерности динамических траекторий частиц (d_w) в области турбулентности, определяемые через индекс связности θ фрактального множества F , также дают основание отнести естественные нейронные кластеры ГТ мозга к перколирующим фрактальным множествам. Выражение $d_w = 2 + \theta$ устанавливает зависимость между динамическими (d_w) и структурными (θ) характеристиками процесса переноса в средах с фрактальной геометрией.

Таким образом, фрактальные свойства, топологические и динамические характеристики естественных нейронных кластеров ядер ГТ мозга животных и человека дают основание рассматривать их как перколирующие фрактальные множества. Представленные результаты исследования могут найти приложение в изучении общих закономерностей в поведении сложных нелинейных динамических систем, в частности, в нейрофизиологии.

Список литературы

1. Waliszewski P., Konarski J. Neuronal differentiation occur in space and time with fractal dimension // Synapse. 2002. Vol. 43, pp. 252–258.
2. Снарский А.А., Безсуднов И.В., Севрюков В.А. Процессы переноса в макроскопически неупорядоченных средах. М.: УРСС, 2007. 304 с.
3. Иудин Ф.Д., Иудин Д.И., Казанцев В.Б. Перколяционный переход в активных нейронных сетях с адаптивной геометрией // Письма в ЖЭТФ. 2015. Т. 101. Вып. 4. С. 289–293.
4. Федер Е. Фракталы. М: Мир, 1991. 244 с.
5. Stauffer D. Introduction to Percolation Theory. Taylor & Francis. London, 1985, p. 70.
6. Mandelbrot B.B., Given J.A. Physical properties of a new fractal model of percolation clusters // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 1853.
7. Kapitulnik A., Aharony A., Deutcher G., Stauffer D. Self-Similarity and Correlations in Percolation // J. Phys. Ser. A. 1983. Vol. 16, pp. 269–274.
8. Болтянский В. Г., Ефремович В. А. Наглядная топология. М.: Наука, 1983. 160 с.
9. Зеленый Л.М., Милованов А.В. Фрактальная топология и странная кинетика // УФН. 2004. Т. 174. № 8. С. 809–852.
10. Милованов А.В. Фрактальная топология и дробная кинетика в проблемах теории турбулентности: Дис. ...д-ра физ.-мат. наук. М., 2003, 258 с.
11. Цырлин В.А. Влияние нейротропных средств на интрацентральные взаимоотношения различных уровней регуляции артериального давления // В сб. Нейрофармакология процессов центрального регулирования. Л.: 1-ый Ленинградский мед. инст., 1969. С. 331–367.
12. Cotea C. The nuclei of the hypothalamus in cow / Oprean O.Z., Boisteanu P., Carmen Solcan, Cotea I. // Cercetari Agronomice in Moldova Anull XXXX. 2007. Vol. 4 (132), pp. 71–79.
13. Боголепова И.Н. Строение и развитие гипоталамуса человека. М.: Медицина, 1968. 163 с.

14. Молчатский С.Л. Фрактальная организация и самоорганизация нейронных структур мозга. Самара: ПГСГА, 2015. С. 50–105.
15. Молчатский С.Л., Молчатская В.Ф. Фрактальный анализ структуры вен-тротомедиального ядра гипоталамуса мозга человека в пре- и постнатальном онтогенезе // Новые исследования. 2010. № 3(24), С. 60–68.
16. Зынь В.И., Молчатский С.Л. Фрактальный анализ продуктов газоразрядной полимеризации // Химическая физика. 1998. Т. 17, №5. С. 130–134. (Zyn V.I., Molchatskii S.L. Fractal analysis of polymerization products formed in gas discharge. 1998 OPA (Overseas Publishers Association) N.V. Published by license under the Gordon and Breach Science Publishers imprint. Printed in India, pp. 999–1004.)
17. Hurst H.E. Long term storage capacity of reservoirs // Trans. Am. Soc. Civ. Eng. 1951. Vol. 116, pp. 770–779.
18. Фоменко А.Т., Фукс Д.Б. Курс гомотопической топологии. М.: Наука, 1989. С. 24–30.
19. Nakayama T., Yakubo K., Orbach R.L. Dynamical properties of fractal networks: Scaling, numerical simulations, and physical realizations // Rev. Mod. Phys. 1994. Vol. 66. P. 381.
20. Milovanov A.V., Zimbaro G. Percolation in sign-symmetric random fields: topological aspects and numerical modeling // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62. № 1a, pp. 250–260.
21. Milovanov A.V., Rasmussen J.J. Fraction pairing mechanism for unconventional superconductors: Self-assembling organic polymers and copper-oxide compounds // Phys. Rev. B. 2002. Vol. 66. № 13, pp. 1345051–13450511.
22. Gefen Y., Aharony A., Alexander S. Anomalous diffusion on percolating clusters // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. no 1, pp. 77–80.

References

1. Waliszewski P., Konarski J. Neuronal differentiation occur in space and time with fractal dimension. *Synapse*, 2002, vol. 43, pp. 252–258.
2. Snarskij A.A., Bezsudnov I.V., Sevryukov V.A. *Processy perenosa v makroskopicheski neuporyadochennyh sredah* [Processes of transfer in macroscopically unregulated environments]. Moscow: URSS, 2007. 304 p.
3. Iudin F.D., Iudin D.I., Kazancev V.B. Perkolyacionnyj perekhod v aktivnyh nejronnyh setyah s adaptivnoj geometrijei [Percolation transition in the fissile neuronal networks with adaptive geometry]. *Pis'ma v ZHEHTF* [JETP Letters], 2015, Vol. 101, no. 4, pp. 289–293.
4. Feder J. *Fraktaly* [Fractals]. Moscow: Mir, 1991. 254 p.

5. Stauffer D. *Introduction to Percolation Theory*. London: Taylor & Francis, 1985, p. 70.
6. Mandelbrot B.B., Given J.A. Physical properties of a new fractal model of percolation clusters. *Phys. Rev. Lett.*, 1984, vol. 52, pp. 1853.
7. Kapitulnik A., Aharony A., Deutcher G., Stauffer D. Self-Similarity and Correlations in Percolation. *J. Phys. Ser. A*, 1983, vol. 16, pp. 269–274.
8. Boltyanskij V. G., Efremovich V. A. *Naglyadnaya topologiya* [Visual topology]. Moscow: Nauka, 1983. 160 p.
9. Zelenyi L.M., Milovanov A.V. Fraktal'naya topologiya i strannaya kinetika [Fractal topology and strange kinetics: from percolation theory to problems in cosmic electrodynamics]. *UFN* [Physics-Uspeski], 2004, vol. 174, issue 8, pp. 809–852.
10. Milovanov A.V. *Fraktal'naya topologiya i drobnaya kinetika v problemah teorii turbulentsnosti* [Fractal topology and fractional kinetics in problems of the theory of turbulence]. M., 2003.
11. Cyrilin V.A. *Vliyanie nejrotropnykh sredstv na intracentral'nye vzaimootnosheniya razlichnykh urovnej regulyatsii arterial'nogo davleniya* [Influence of neurotropic funds for intratsentralny relationship of various levels of a regulation of arterial pressure]. Leningrad: First Leningrad medical institute, 1969. pp. 331–367.
12. Cotea C. The nuclei of the hypothalamus in cow. *Cercetari Agronomice in Moldova Anull XXXX*, 2007, vol. 4 (132), pp. 71–79.
13. Bogolepova I.N. *Stroenie i razvitie gipotalamusa cheloveka* [Structure and development of a hypothalamus of the person]. Moscow: Medicine, 1968. 163 p.
14. Molchatsky S.L. Fraktal'naya organizatsiya i samoorganizatsiya nejronnykh struktur mozga [Fractal organization and self-organization of neuronal structures of a brain]. Samara: PGSGA, 2015, pp. 50–105.
15. Molchatsky S.L., Molchatskaya V.F. Fraktal'nyj analiz struktury ventromedial'nogo yadra gipotalamusa mozga cheloveka v pre- i postnatal'nom ontogeneze [The fractal analysis of structure of the ventromedialny core of the hypothalamus of the brain of the human in pre-and the post-natal ontogenesis]. *Novye issledovaniya* [New researches], 2010, no. 3(24), pp. 60–68.
16. Zyn V.I., Molchatsky S.L. Fraktal'nyj analiz produktov gazorazryadnoj polimerizatsii [Fractal analysis of polymerization products formed in gas discharge]. *Himicheskaya fizika* [Chemistry Physics], 1998. vol. 17, no. 5, pp. 130–134.
17. Hurst H.E. Long term storage capacity of reservoirs. *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, 1951, vol. 116, pp. 770–779.
18. Fomenko A.T., Fuks D.B. *Kurs gomotopicheskoy topologii* [Course of homotopic topology]. Moscow: Nauka, 1989. pp. 24–30.

19. Nakayama T., Yakubo K., Orbach R.L. Dynamical properties of fractal networks: Scaling, numerical simulations, and physical realizations. *Rev. Mod. Phys.*, 1994, vol. 66. P. 381.
20. Milovanov A.V., Zimbardo G. Percolation in sign-symmetric random fields: topological aspects and numerical modeling. *Phys. Rev. E*, 2000, vol. 62, no. 1a, pp. 250–260.
21. Milovanov A.V., Rasmussen J.J. Fraction pairing mechanism for unconventional superconductors: Self-assembling organic polymers and copper-oxide compounds. *Phys. Rev. B*, 2002, vol. 66, no. 13, pp. 1345051–13450511.
22. Gefen Y., Aharony A., Alexander S. Anomalous diffusion on percolating clusters. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, vol. 50, no 1, pp. 77–80.

ДАнные ОБ АВТОРЕ

Молчатский Сергей Львович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Химии, географии и методики их преподавания» Самарский государственный социально-педагогический университет, ул. Антонова-Овсеенко, 26, г. Самара, 443090, Российская Федерация
RVSN3213@mail.ru

DATA ABOUT THE AUTHOR

Molchatsky Sergey L'vovich, Candidate of Physic-Mathematical Sciences, Associate Professor of Department «Chemistry, Geography and Technique of Their Teaching»
Samara State University of Social Sciences and Education
26, Antonova-Ovseenko Str., Samara, 443090, Russian Federation
RVSN3213@mail.ru
SPIN-code: 2241-5010